

## Übungen zu Analysis II für Statistiker

### Tutoriumsaufgaben:

T1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \frac{1}{y} \quad (x \in \mathbb{R}, y > 0).$$

Wie lautet die Lösung zur Anfangsbedingung  $y(-1) = 1$  und was ist ihr maximales Definitionsintervall?

T2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \sqrt{1 - y^2} \quad (x \in \mathbb{R}, -1 < y < 1).$$

T3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = \cos(x)y \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

→ Seite 2

## Hausaufgaben:

H1. (4 Punkte) Berechnen Sie die uneigentlichen Integrale

$$\int_0^1 \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx,$$

und

$$\int_1^\infty \frac{\log(x)}{x^2} dx.$$

H2. (4 Punkte) Sei  $f_n: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  die Funktion

$$f_n(x) = \frac{x}{n^2} \exp\left(-\frac{x}{n}\right).$$

Zeigen Sie, dass die Folge  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gleichmäßig gegen die Nullfunktion konvergiert. Berechnen Sie das uneigentliche Integral  $\int_0^\infty f_n(x) dx$ . Was ist  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty f_n(x) dx$ ?

H3. (4 Punkte) Bestimmen Sie jeweils eine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = xy^2 \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

zu den Anfangsbedingungen  $y(0) = 1$ ,  $y(0) = 0$  und  $y(0) = -1$ . Geben Sie jeweils das größte Intervall an, auf dem die Lösung definiert ist.

H4. (4 Punkte) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y' = x^2 \sin(x^3) y \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

**Abgabe:** Bis Freitag, 14.7.17, 12:15.