

Übungen zur Analysis II

Prof. Dr. P. Pickl
Blatt 10

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten $c_k(f)$ der Stufenfunktion

$$f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und verifizieren Sie durch direktes Nachrechnen, dass in der Besselschen Ungleichung tatsächlich die Gleichheit gilt: $\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k(f)|^2$ (vergleiche den *Satz von Parseval*).

Aufgabe 2

Sei $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (\frac{2}{3}x + 1)^{\frac{3}{2}}$. Berechnen Sie die Länge des Graphen von f .

Aufgabe 3

Berechnen Sie die folgenden Wegintegrale (geben Sie die Vektorfelder und Wegparametrisierungen explizit an):

- $\oint xydy$, wobei der Weg durch einen vollen Umlauf der Ellipse $4x^2 + y^2 = 4$ im positiven Sinn (d.h. gegen den Uhrzeigersinn) gegeben ist.
- $\oint (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$ längs des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 0)$ und $(0, 1)$ bei einem vollen Umlauf im positiven Sinn.

Abgabe: Dienstag, 17.1.2012 12 Uhr.