

Übungen zur Analysis II

Prof. Dr. P. Pickl
Blatt 8

Aufgabe 1

Sei $\mathcal{A} \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ eine symmetrische Matrix, $\mathcal{S}^1 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \|\mathbf{x}\|_2 = 1\}$ und $f : \mathcal{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathcal{A} \mathbf{x}$ (man sagt f ist eine quadratische Form). Berechnen Sie die Extrema von f .

Aufgabe 2

Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f(x, y, z) = 3y + 4z$ auf der Schnittkurve des Zylinders $\mathcal{Z} : x^2 + y^2 = 1$ mit der Ebene $\mathcal{E} : x + z = 0$.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die Funktion $f(x, y) = \sqrt{x - y^2}$ für $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x > y^2$.

- (a) Entwickeln Sie f um den Entwicklungspunkt $(1, 0)$ bis zur zweiten Ordnung, d.h. bestimmen Sie das Taylorpolynom $\mathcal{T}_2(f, (1, 0))(x, y)$.
- (b) Sei $|x - 1| < 0,1$ und $|y| < 0,1$. Zeigen Sie: $|\mathcal{T}_2(f, (1, 0))(x, y) - f(x, y)| < 0,001$.

Aufgabe 4

Geben Sie die Taylorreihe von $f(x, y) = \frac{1}{(1-x)(1-y)}$ für $\|\mathbf{x}\| < 1$ an. Ist die Taylorreihe für $\|\mathbf{x}\| < 1$ konvergent?

Hinweis: Beachten Sie, dass Sie $f(x, y)$ in der Form $g(x) \cdot g(y)$ schreiben können.

Abgabe: Dienstag, 20.12.2011 12 Uhr.