

## Mathematische Logik II

**Aufgabe 21:** Seien  $A, B, C$  Formeln. Zeigen Sie:

- (a)  $\vdash_s \neg\neg A \rightarrow A$ . [2 Punkte]
- (b)  $\vdash_s A \rightarrow B, \vdash_s C \rightarrow D \Rightarrow \vdash_s A \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow D$ . [2 Punkte]
- (c)  $\vdash_s A \rightarrow B \Rightarrow \vdash_s \neg B \rightarrow \neg A$ . [1 Punkt]

**Aufgabe 22:** Zeigen Sie:

- (a)  $A$  ist  $P$ -Teil bzw.  $N$ -Teil von  $C$  genau dann, wenn es eine  $P$ -Form  $\mathcal{P}$  bzw.  $N$ -Form  $\mathcal{N}$  gibt mit  $C = \mathcal{P}(A)$  bzw.  $C = \mathcal{N}(A)$ . [3 Punkte]
- (b) Jeder  $P$ -Teil eines  $P$ -Teils von  $C$  ist ein  $P$ -Teil von  $C$  und jeder  $N$ -Teil eines  $P$ -Teils von  $C$  ist ein  $N$ -Teil von  $C$ . [2 Punkte]
- (c) Seien  $A$  und  $B$  keine Implikationen. Bestimmen sie alle  $P$ -Teile und alle  $N$ -Teile der Formel  $\neg\neg(A \rightarrow B) \rightarrow \neg B \rightarrow A$ . [2 Punkte]
- (d) Finden Sie ein Beispiel für eine  $P$ -Form  $\mathcal{P}$  und für eine  $N$ -Form  $\mathcal{N}$ , so daß  $\mathcal{N}(\mathcal{P})$  weder eine  $P$ - noch eine  $N$ -Form ist. [2 Punkte]
- (e) Seien  $\vee, \neg$  die aussagenlogischen Zeichen der Sprache an Stelle von  $\rightarrow$  und  $\perp$ . Definieren Sie die  $N$ - bzw.  $P$ -Teile einer Formel in dieser Sprache. [2 Punkte]

Abgabetermin: 7. 7. 2006 16 c.t. im Übungskasten