Mathematisches Oberseminar *PDG und Spektraltheorie* (SoSe 2016).

Date: 30.06.2016.
Time and place: 14:15 in B 134.

Speaker: Leonhard Gebauer (LMU).
Titel: *Die Nehari-Mannigfaltigkeit zur Lösung einer semilinearen nicht-lokalen Differentialgleichung.*
Abstract: In einem von W. Chen und S. Deng veröffentlichten Artikel aus dem Jahr 2014 wird die Existenz zweier nicht-trivialer (schwacher) Lösungen für folgendes konkav-konvexes Problem bewiesen:

$$\begin{cases} (-\Delta)^s u = \lambda u^r + u^q & \text{in } \Omega, \\ u > 0 & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{auf } \mathbb{R}^n \backslash \Omega, \end{cases} \tag{1}$$

wobei $0 < r < 1 < q$, $\lambda > 0$, $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ offen und beschränkt sowie $s \in (0,1)$. Als zentrale Methode kommt hierbei die Nehari-Mannigfaltigkeit zum Einsatz. Die Nehari-Mannigfaltigkeit ist definiert als

$$\mathcal{N} := \{u \in X_0 : J'(u)u = 0\}$$

wobei J das zu (1) assozierte Funktional auf einem geeigneten Hilbert-Raum X_0 sei. Es stellt sich heraus, dass J auf $\mathcal{N}$ koerciv und nach unten beschränkt ist. Weiter lässt sich zeigen, dass ein Extremum auf $\mathcal{N}$ bereits ein kritischer Punkt von J auf ganz X_0 ist. Eine Beweisskizze davon werde ich in meinem Vortrag nach einer kurzen Einführung in das funktionalanalytische Setting von $(-\Delta)^s$ aufzeigen, bevor ich anschließend mit Standardmethoden aus der Variationsrechnung die Existenz zweier nicht-trivialer Lösungen von (1) beweisen möchte.

Thomas Østergaard Sørensen