

Übungen zu Einführung in die Kategorientheorie

- Aufgabe 1.** (1) Zeigen Sie, daß zu jedem Morphismus $f \in \mathcal{C}$ die Quelle $\text{Qu}(f)$ und das Ziel $\text{Zi}(f)$ eindeutig bestimmt sind.
- (2) Zeigen Sie, daß für jedes Objekt $A \in \mathcal{C}$ der Morphismus 1_A eindeutig bestimmt ist.
- (3) Zeigen Sie für $f, g, h \in \mathcal{C}$:
- (a) wenn $(fg)h$ definiert ist, dann ist auch $f(gh)$ definiert,
 - (b) wenn fg und gh definiert sind, dann ist auch $f(gh)$ definiert.
- (Was bedeutet in diesem Falle der Ausdruck „definiert“?)
- (Verwenden Sie für diese Aufgabe den Begriff der Kategorie \mathcal{C} wie in Definition 1.3.)

Aufgabe 2. Sei $\mathcal{C} = \mathbb{N}$ und

$$\mathcal{C}(r, s) = \begin{cases} \{(r, s)\}, & \text{wenn } r/s, \\ \emptyset, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß \mathcal{C} eine Kategorie (i.S.v. 1.5) ist.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, daß die beiden Definitionen 1.3 und 1.5 für Kategorien äquivalent sind.

Aufgabe 4. Eine Kategorie \mathcal{C} ist genau dann ein Monoid, wenn $\text{Ob } \mathcal{C}$ aus genau einem Element besteht.