

ÜBUNGSKLAUSUR

Dies ist eine Übungsklausur. Sie besteht, genau wie die Endklausur, aus 16 Fragen. Für die Bearbeitung der Endklausur sind 90 Minuten vorgesehen. Jede Frage hat drei Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine richtig ist. Die Reihenfolge der abgefragten Themen entspricht der Chronologie der Vorlesung. Die Lösungen zu dieser Übung werden in den Tutorien im Juni-Juli besprochen. Wichtig: Die letzte Seite am Ende dieser Übung hat genau dieselbe Form eines einzelnen A4-Blatts wie das, welches am Ende der Endklausur abzugehen ist. Die Übertragung der Antworten auf das Antwortblatt ist selbstständig vorzunehmen.

Frage 01. Was ist der Wert des Integrals $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1} dx$?

- A $+\infty$
- B $\sqrt{\ln 2}$
- C $\frac{2}{3} \ln 2$

Frage 02. Löse das unbestimmte Integral $\int \frac{2x^3 + 2x}{x^4 + 2x^2 + 1} dx$:

- A $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1 + \text{konstant}$
- B $\ln(1 + x^2) + \text{konstant}$
- C $\arctan x + \text{konstant}$

Frage 03. Was ist der Wert des Imaginärteils der komplexen Zahl $\frac{(1 - 3i)(7i + 1)}{i + 1}$?

- A i
- B -9
- C 13

Frage 04. Was sind die Nullstellen der Polynomfunktion $z^2 - 2(1 + i)z + 4i$, $z \in \mathbb{C}$?

- A 2 und $2i$
- B 2 und $-2i$
- C -2 und $2i$

Frage 05. Wie viele komplexe Lösungen hat die Gleichung $z^4 = -1$?

- A 4
- B 0
- C 1

Frage 06. Was ist die Periodendauer T der Funktion $f(t) = \tan(2t)$, $t \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}\}$?

- A 2π
- B $\frac{\pi}{2}$
- C $\frac{\pi}{4}$

Frage 07. Welche Fourierreihe $S(t)$ hat die Funktion $f(t) = |\sin t|$, $t \in \mathbb{R}$?
(Die Basis-Funktionen sind $1, \sin t, \cos t, \sin 2t, \cos 2t, \dots, \sin kt, \cos kt, \dots$)

- A $S(t) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \left(\frac{1}{3} \cos 2t + \frac{1}{15} \cos 4t \right)$
- B $S(t) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \left(\frac{1}{3} \sin 2t + \frac{1}{15} \sin 4t + \frac{1}{35} \sin 6t + \dots + \frac{1}{4k^2 - 1} \sin 2kt + \dots \right)$
- C $S(t) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \left(\frac{1}{3} \cos 2t + \frac{1}{15} \cos 4t + \frac{1}{35} \cos 6t + \dots + \frac{1}{4k^2 - 1} \cos 2kt + \dots \right)$

Frage 08. Was ist der Wert von $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \left\langle x, \sum_{j=1}^N j e^{(j)} \right\rangle$, wobei \langle, \rangle das Skalarprodukt aus dem

\mathbb{R}^N , $e^{(j)}$ die Einheitsvektoren aus dem \mathbb{R}^N , und $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^N$ (alle Komponenten = 1)?

- A 0
- B $\frac{1}{2}$
- C $+\infty$

Frage 09. Was ist der Wert der Norm $\|x - y\|$ für $x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$?

- A 4
- B 5
- C -3

Frage 10. Welche Matrix P ist das Produkt $A \cdot B$, mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ?$$

$$\text{A } \square \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ -1 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{B } \square \quad P = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{C } \square \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ -1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Frage 11. Was ist der Wert von $\det(A^5)$, wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$?

- A e
- B 5
- C 32

Frage 12. Wie viele Lösungen (x, y, z) hat das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ x + z &= 1 \\ 2x + z &= 1 \end{aligned}$$

mit $x, y, z \in \mathbb{R}$?

- A Keine
- B Nur 1
- C Unendlich viele

Frage 13. Sei X eine diskrete Zufallsvariable mit Werten in $\{1, 2, 3, 4\}$ und Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$\mathbb{P}(1) = 0.2, \quad \mathbb{P}(2) = 0.3, \quad \mathbb{P}(3) = 0.4, \quad \mathbb{P}(4) = 0.1.$$

Was ist der Wert der Varianz $\text{Var}(X)$ von X ? ($\text{Var}(X) := \mathbb{E}(X - \mathbb{E}(X))^2 = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2$.)

- A $\text{Var}(X) = 0.84$
- B $\text{Var}(X) = 0.5$
- C $\text{Var}(X) = 0.4$

Frage 14. Sei X eine Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x-1|}$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass X kleiner als 0 ist?

- A $\frac{1}{2e}$ ($\approx 18\%$)
- B $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ($\approx 58\%$)
- C 0.6 ($= 60\%$)

Frage 15. Eine Messung von (x, y) liefert folgende Ergebnismenge: $\{(1, 1), (1.5, 2), (2, 1)\}$. Was sind die Koeffizienten a und b der Regressionsgerade $y = a + b \cdot x$?

(Hinweis: $b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$ und $a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$.)

- A $a = 1, b = 0$
- B $a = 0, b = 0$
- C $a = \frac{4}{3}, b = 0$

Frage 16. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$xy' - 5y = 0.$$

Was ist die Lösung $y(x)$ der Gleichung mit der Anfangsbedingung $y(1) = 1$?

- A $y(x) = \cos(5x) + \frac{1}{5}$
- B $y(x) = e^{5x} + 5$
- C $y(x) = x^5$

ANTWORT-BLATT

(NUR DIESES BLATT IST ABZUGEBEN)

- Dieses Blatt ist mit den persönlichen Daten und in der unten stehenden Tabelle mit den Antworten zu den 16 Fragen auszufüllen. Nur dieses Blatt wird am Ende des Tests abgegeben.
- Für jede Frage ist die gewählte Antwort gut sichtbar und eindeutig durch ein Ankreuzen oder Ausmalen des entsprechenden Buchstabens oder Kästchens zu kennzeichnen. Nur eine der vier Antwortmöglichkeiten kann gewählt werden.
- Die Antwort auf eine gestellte Frage wird in folgenden Fällen als falsch bewertet: (1) Die gewählte Antwort ist nicht richtig; (2) zwei oder mehr Antworten wurden gekennzeichnet; (3) es wurde keine Antwort gewählt und die entsprechende Zeile unausgefüllt gelassen; (4) die Antwort ist nicht eindeutig erkennbar, zum Beispiel durch ein Kreuz das zwei benachbarte Kästchen abdeckt.

Name: _____

Matrikelnr.: _____ Fachsemester: _____

Studiengang: _____

Ich nehme zum ersten mal an dieser Prüfung teil: JA NEIN

Frage 01	A	B	C
Frage 02	A	B	C
Frage 03	A	B	C
Frage 04	A	B	C
Frage 05	A	B	C
Frage 06	A	B	C
Frage 07	A	B	C
Frage 08	A	B	C
Frage 09	A	B	C
Frage 10	A	B	C
Frage 11	A	B	C
Frage 12	A	B	C
Frage 13	A	B	C
Frage 14	A	B	C
Frage 15	A	B	C
Frage 16	A	B	C

(NUR vom Korrektor auszufüllen)

Gesamtpunktzahl _____ Endnote _____