

## HAUSAUFGABENBLATT #8

Die Hausaufgaben sind nicht teil der Endnote.  
Die Lösungen werden in dem Tutorium #8 besprochen.

**Aufgabe 29.** Bestimme mittels der Definition (maximale Anzahl linear unabhängiger Zeilen/Spalten) den Rang der folgenden drei quadratischen Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad a \cdot b^T, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

Dabei sind  $a \neq 0$  und  $b \neq 0$  zwei  $p$ -dimensionale Vektoren.

**Aufgabe 30.** Gegeben ein lineares Gleichungssystem  $A \cdot x = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 5/2 \end{pmatrix}.$$

- (i) Schreibe die zwei Gleichungen des Gleichungssystems aus und löse nach  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$  auf, und zwar mit dem üblichen Einsetzungsverfahren (Schule).
- (ii) Bilde das Inverse  $A^{-1}$  von  $A$  und verifiziere, dass für die Lösung aus (i)  $x = A^{-1} \cdot b$  gilt.
- (iii) Verifiziere die Cramersche Regel.

**Aufgabe 31.** Löse

$$\begin{aligned} 3x + 2y - z &= 1 \\ 2x - 2y + 4z &= -2 \\ -x + 0.5y - z &= 0 \end{aligned}$$

nach  $x, y, z$  auf.

**Aufgabe 32.** Man bestimme die Lösungsmenge des inhomogenen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x + y + x &= 7 \\ 2x + 4y + z &= 18. \end{aligned}$$