HAUSAUFGABENBLATT #6

Die Hausaufgaben sind nicht teil der Endnote.
Die Lösungen werden in dem Tutorium #6 besprochen.

Aufgabe 21.

(i) Man bestimme: $\|x\|$, $\|y\|$, $\|x-y\|$, für $x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(ii) Welchen Winkel schließen die Vektoren $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $y = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ein?

Aufgabe 22. Berechne $A+B$, $3A$, AC, CA, B^T für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ -1 & 0 & 4 \\ 0 & 8 & -10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 11 & 2 \\ 3 & 4 & -4 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 11 & 2 \\ 3 & 4 & -4 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 23. Für die “*Drehmatrix*” $D(\alpha) := \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, leite man die folgende Gleichung ab,

$$D(\alpha) \cdot D(\beta) \;=\; D(\alpha + \beta).$$

Aufgabe 24.

(i) Für die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ berechne $A^2 = A \cdot A$ und $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

(ii) Formuliere das Ergebnis in (i) allgemein für die Potenzen A^2, A^3, A^4, $\cdots$, einer $p \times p$ Matrix A mit $a_{ij} = 0$ für $j \leqslant i$, und führe einen Induktionsbeweis durch.