HAUSAUFGABENBLATT #4

Die Hausaufgaben sind nicht teil der Endnote.
Die Lösungen werden in dem Tutorium #4 besprochen.

Aufgabe 13. Man bestimme $\sqrt[8]{1}$ (die 8-ten Einheitswurzeln) in $\mathbb{C}$.

Aufgabe 14. Was ist der Wert der Periode T der Funktion $t \mapsto f(t)$, $t \in \mathbb{R}$?

(i) $f(t) = \sin(2015 \cdot t)$

(ii) $f(t) = \tan(2t)$

(iii) $f(t) = \cos(4t + 3)$

Aufgabe 15. Man beweise die Orthogonalitätsrelationen ($k, \ell \in \mathbb{N}$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$)

$$\int_0^T \cos(k\omega t) \cdot \cos(\ell\omega t)\,\mathrm{d}t \;=\; \int_0^T \sin(k\omega t) \cdot \sin(\ell\omega t)\,\mathrm{d}t \;=\; \begin{cases} 0 & \text{für } k \neq \ell \\ T/2 & \text{für } k = \ell\,. \end{cases}$$

(*Hinweise:* Es kann $\omega = 1$, d.h. $T = 2\pi$ gesetz werden. (Warum?) Die trigonometrischen Formeln ($k, \ell \in \mathbb{Z}$)

$$\begin{aligned} 2 \cdot \sin(kt) \cdot \sin(\ell t) &= \cos((k-\ell)t) - \cos((k+\ell)t) \\ 2 \cdot \cos(kt) \cdot \cos(\ell t) &= \cos((k-\ell)t) + \cos((k+\ell)t) \qquad (\clubsuit) \\ 2 \cdot \sin(kt) \cdot \cos(\ell t) &= \sin((k-\ell)t) + \sin((k+\ell)t) \end{aligned}$$

benutzen (ohne Beweis)! Diese Formeln lassen sich aus den Additionstheoremen von sin und cos herleiten.)

Aufgabe 16. Man beweise die Orthogonalitätsrelationen ($k, \ell \in \mathbb{N}$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$)

$$\int_0^T \cos(k\omega t) \cdot \sin(\ell\omega t)\,\mathrm{d}t \;=\; \int_0^T \cos(k\omega t)\,\mathrm{d}t \;=\; \int_0^T \sin(k\omega t)\,\mathrm{d}t \;=\; 0$$

(*Hinweise:* Es kann $\omega = 1$, d.h. $T = 2\pi$ gesetz werden. Die trigonometrischen Formeln ($\clubsuit$) benutzen!)