PROF. DR. DETLEF DÜRR
MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

SS 2005

Übungen zur Vorlesung
Bohmsche Mechanik
als Grundlage der Quantenmechanik

Blatt 4, Thema: Bohmsche Mechanik

Aufgabe 1: Sei $\psi(\boldsymbol{x}, t)$ Lösung der Schrödinger Gleichung für ein Teilchen mit reeller Potentialfunktion $V(\boldsymbol{x})$. Zeigen Sie, dass die Dichte $|\psi|^2$ die Kontinuitätsgleichung für den Bohmschen Fluß löst.

Aufgabe 2: Sei $\psi(\boldsymbol{x}, t)$ Lösung der Schrödinger Gleichung für ein Teilchen mit reeller Potentialfunktion $V(\boldsymbol{x})$. Man zeige, dass für die Bohmsche Bahn eines Teilchens die Ehrenfestsche Gleichung gilt:

$$\mathbb{E}^\psi(\frac{d^2}{dt^2}\mathbf{X}(t)) = -\frac{1}{m}\mathbb{E}^\psi(\nabla V(\mathbf{X}(t)).$$

Aufgabe 3: Erklären Sie in knappen Worten und mit einer Darstellung im Konfigurationsraum, warum beim Zwei-Spalt Experiment die Messung des Teilchendurchgangs an den Spalten zu einem Verlust des Interferenz Musters führt.

Aufgabe 4: Zeigen Sie: Wenn die Wellenfunktion $\Psi(x, y)$ eines Systems (Koordinaten $x \in \mathbb{R}^{3n}$) und seiner makroskopischen Umgebung (Koordinaten $y \in \mathbb{R}^{3N}$) in ein Produkt zerfällt: $\Psi(x, y) = \phi(x)\Phi(y)$ dann gehorchen System und Umgebung autonomen Bohmschen Gleichungen, solange kein Wechselwirkungsterm $V(x, y)$ in der Schrödinger Gleichung auftritt.

Sei nun $\Psi(x, y) = \phi(x)_1\Phi(y)_1 + \phi(x)_2\Phi(y)_2$ und $\Phi_1(y)$ und $\Phi_2(y)$ haben makroskopisch disjunkte Träger. Zeigen Sie: Wenn $Y \in \operatorname{supp}\Phi_1$ ist, dann entwickelt sich das System Bohmsch mit Wellenfunktion ϕ_1.