PROF. DR. DETLEF DÜRR
MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

SS 2005

Übungen zur Vorlesung Bohmsche Mechanik als Grundlage der Quantenmechanik

Blatt 2

Thema: Relativistische Mechanik

Aufgabe 1: Man nehme an, dass die Bahnen $q_i(\tau_i)$, $i = 1, ..., N$ zeitartig sind, d.h. je zwei Punkte auf einer Bahn haben ein positives Minkowski-Abstandsquadrat. Zeigen Sie, dass

$$j^\mu(x) = \sum_i e_i c \int_{-\infty}^{\infty} \delta^4(x - q_i)\dot{q}_i^\mu \mathrm{d}\tau_\mathrm{i}$$

mit

$$\delta^4(x) = \prod_{\mu=0}^{3} \delta(x^\mu)$$

die Kontinuitätsgleichung erfüllt:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} j^\mu = 0,$$

Aufgabe 2: Bestätigen Sie durch eine rein formale Rechnung, dass

$$\Box^{-1}_{x,x'} = \delta((x - x')^2) = \delta((x^\mu - x'^\mu)(x_\mu - x'_\mu))$$

eine Inverse zum d'Alembert Operator ist, d.h., dass

$$\Box\Box^{-1}_{x,x'} = \delta^4(x - x')$$

gilt. Benutzen Sie dabei, dass

$$\delta(x^2 - y^2) = \frac{1}{2}\frac{\delta(x - y)}{y} + \frac{1}{2}\frac{\delta(x + y)}{y},$$

gilt, wovon Sie sich ebenfalls überzeugen sollten.

Aufgabe 3: Für Bahnen $q_i^\mu(\lambda_i)$ mit zunächst beliebigem Parameter λ_i und $\dot{q}_i^\mu = \mathrm{dq_i^\mu/d\lambda_i}$ hat die Wheeler-Feynman Wirkung[1] S dann die Form

$$S = \sum_i \left[-m_i c \int (\dot{q}_i^\mu \dot{q}_{i\mu})^{\frac{1}{2}} \mathrm{d}\lambda_\mathrm{i} - \sum_{\mathrm{j>i}} \frac{\mathrm{e_i e_j}}{\mathrm{c}} \int\int \delta\left((\mathrm{q_i} - \mathrm{q_j})^2\right) \dot{\mathrm{q}}_\mathrm{i}^\mu \dot{\mathrm{q}}_{\mathrm{j}\mu} \mathrm{d}\lambda_\mathrm{i} \mathrm{d}\lambda_\mathrm{j} \right].$$

[1] Die Wirkung wurde bereits viele Male vorher unabhängig z.B. von Fokker, Tetrode und Schwarzschild aufgeschrieben

Berechnen Sie wie in der Lagrange Mechanik die Euler Lagrange Gleichungen für Teilchen i, wobei Sie die formalen Terme mit Hilfe des „Feldes“

$$A_{i\mu}(x) = \sum_{j>i} e_j \int \delta\left((x - q_j)^2\right) \dot{q}_{j\mu} \mathrm{d}\lambda_{\mathrm{j}}.$$

als Lorentzkraft erkennen können. Es ist nicht nötig, in Lienard Wiechard Potentiale umzuformen.